
SUB12

Campeonato de Resolução de Problemas de Matemática
Edição 2008/2009



Problema 0

Os netos do avô Joaquim



O avô Joaquim tem muitos netos. Este Natal está a pensar oferecer a cada um dos netos um dinheirinho porque não é fácil comprar prendinhas para todos... E o dinheiro que ele tem não é elástico...

Depois de algumas contas, percebeu que se desse 12 euros a cada neto, ficaria ainda com 60 euros de sobra. Mas se desse 15 euros a cada um, para não ter que arranjar trocos, faltavam-lhe 6 euros.

Quantos netos tem, então, o avô Joaquim?



Resolução do Problema

Resolução 1

O primeiro passo para a resolução de um problema é compreendê-lo bem. Muitas vezes, isso significa visualizar a situação que é apresentada no enunciado. Por exemplo, consegues imaginar o avô Joaquim a pensar sobre a quantia que poderá dar a cada um dos netos?

Repara que o problema tem essencialmente duas condições. Uma delas é a de oferecer 12 euros a cada neto e a outra é a de oferecer 15 euros a cada neto. No primeiro caso sobra dinheiro e no outro falta.

Pensa no avô Joaquim a fazer as contas, com o seu dinheiro na mesa:

– 12 para a..., mais 12 para o..., mais 12 para o..., ... E no fim, sobram 60 euros.

E, de novo, a fazer as contas:

– 15 para a..., mais 15 para o..., mais 15 para o..., ... E no fim, faltam 6 euros.

Agora, já estamos a conseguir perceber melhor a situação.

O dinheiro do avô Joaquim pode ser representado desta maneira:

$12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 + \dots + 60$, mas não sabemos quantas parcelas de 12 serão.

E também da seguinte maneira:

$15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + \dots - 6$, mas não sabemos quantas parcelas de 15 serão.

SUB12

Campeonato de Resolução de Problemas de Matemática
Edição 2008/2009



Problema 0

Podemos dizer que vão ser tantas parcelas como o número de netos do avô. Portanto, indicamos o dinheiro do avô de duas maneiras diferentes:

$$\text{Dinheiro} = 12 \times \text{netos} + 60 \quad \text{e} \quad \text{Dinheiro} = 15 \times \text{netos} - 6$$

Uma das formas de encontrarmos o número de netos e o dinheiro do avô é por tentativas, ou seja, substituir por sucessivos valores o número de netos, até encontramos o mesmo resultado nos dois casos. Por exemplo, se fossem 10 netos, num caso o dinheiro do avô era 180 e no outro 144. Não serve.

Se fossem 18 netos, por exemplo, dava 276 num caso e 264 no outro. Também não serve, mas os dois valores já estão mais próximos um do outro. Então continuamos a aumentar o número de netos:

18 netos	276	264
19 netos	288	279
20 netos	300	294
21 netos	312	309
22 netos	324	324

E chegamos à resposta. Os valores das duas colunas foram sendo cada vez mais próximos e, por fim, concluímos que o avô tem 22 netos e que o dinheiro que possui é 324 euros.

$$D = 12 \times 22 + 60 = 324 \quad \text{e} \quad D = 15 \times 22 - 6 = 324$$

SUB12

Campeonato de Resolução de Problemas de Matemática
Edição 2008/2009



Problema 0

Então vamos ver quando é que essa diferença é igual a 66. Neste caso, o Excel também é muito útil e basta usarmos uma coluna para o número de netos, uma coluna para os múltiplos de 12, outra para os múltiplos de 15 e uma última para a diferença entre ambas (múltiplos de 15 menos múltiplos de 12):

Netos	Oferece 12	Oferece 15	Teste da diferença	A diferença entre o total oferecido nas duas hipóteses é: 66 euros! Porque num caso sobra, no outro falta!			
1	12	15	3				
2	24	30	6				
3	36	45	9				
4	48	60	12				
5	60	75	15				
6	72	90	18				
7	84	105	21				
8	96	120	24				
9	108	135	27				
10	120	150	30				
11	132	165	33				
12	144	180	36				
13	156	195	39				
14	168	210	42				
15	180	225	45				
16	192	240	48				
17	204	255	51				
18	216	270	54				
19	228	285	57				
20	240	300	60				
21	252	315	63				
22	264	330	66	22 netos!			
23	276	345	69				
24	288	360	72				
25	300	375	75				
26	312	390	78				
27	324	405	81				
28	336	420	84				
29	348	435	87				
30	360	450	90				

Finalmente, podemos retomar a nossa estratégia inicial e utilizar também a folha de cálculo para fazermos a tal simulação, quer dizer, para experimentar valores.

Aqui está uma amostra do que se pode fazer. Na zona azul, introduz-se o valor que se deseja para o número de netos (neste caso foi o 10) e automaticamente os resultados aparecem para os podermos comparar. Encontraremos a solução quando os valores que estão nos retângulos cor-de-rosa forem iguais.

Experimentando...		
	12 euros por neto	15 euros por neto
Introduz número de netos	O que dá aos netos	O que dá aos netos
10	120	150
	Sobram-lhe 60 euros	Faltam-lhe 6 euros
	Dinheiro do avô Joaquim	Dinheiro do avô Joaquim
	180	144

Podes experimentar este ficheiro aqui e copiá-lo para os teus documentos.

[Avô Joaquim](#)