



Problema 0

A dúvida das idades



Das quatro afirmações que se seguem, 3 são verdadeiras e 1 é falsa.

1. O Francisco é mais velho do que o Filipe.
2. O Fábio é mais novo do que o Filipe.
3. A soma das idades do Filipe e do Fábio é o dobro da idade do Francisco.
4. O Fábio é mais velho do que o Francisco.

Nada de dúvidas! Qual é o mais velho? E qual é o mais novo?

Ah, é verdade! O Francisco tem 8 anos.

Saberás dizer qual é a idade do Fábio e do Filipe?



Problema 0

Resolução do Problema

Os problemas das idades são bastante populares. Muitas vezes, aparecem quando andamos a aprender a resolver equações.

Mas este problema de idades, não é um dos problemas típicos que surgem com as equações! Repara que os adjectivos “mais novo” e “mais velho” são uma forma de ordenar as idades. As idades são números, não são? Então uma pessoa mais velha do que outra, tem uma idade maior do que a outra.

Mas este problema também tem outra característica. É o facto de as afirmações dadas serem todas verdadeiras excepto uma. Há uma única afirmação FALSA e é essa que temos de descobrir qual é. Nestas situações, temos de ir raciocinando por hipóteses e verificando quando aparecem contradições de forma a rejeitarmos ou aceitarmos a hipótese.

Resolução 1.

[Supomos que a afirmação 1 é a FALSA.](#)

Se é falsa, teremos de dizer que o Francisco é mais novo (ou tem a mesma idade) do que o Filipe.

Agora, temos de assumir que as restantes afirmações são todas verdadeiras.

Resumindo, será assim:

1. [Francisco mais novo ou da mesma idade do que o Filipe.](#)
2. Fábio mais novo do que o Filipe.
3. Soma das idades do Filipe e do Fábio igual ao dobro da idade do Francisco.
4. Fábio mais velho do que o Francisco.

Sabemos ainda que a idade do Francisco é 8 anos! É um dado importante a não esquecer.

Mas este palavreado todo, não ajuda. As idades são números não são? E nós podemos localizar os números num eixo. É uma forma de representação do nosso raciocínio. Mais novo à esquerda e mais velho à direita. Colocamos 3 pontos no eixo e cada um deles marca a idade de um dos rapazes.

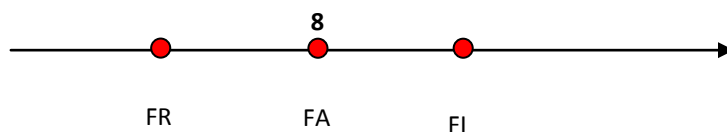
SUB14

Campeonato de Resolução de Problemas de Matemática
Edição 2008/2009



Problema 0

Com as afirmações 1, 2 e 4, teríamos esta sequência.



Mas e o que diz a afirmação 3? Diz que a soma das idades do Filipe e do Fábio é o dobro da idade do Francisco, ou seja, a soma das duas idades será 16. Mas se o Fábio tem mais de 8 anos e o Filipe também, a soma das idades deles não pode ser 16! Cá está a contradição. Rejeitamos a nossa hipótese. Portanto, a afirmação 1 era verdadeira. Outra representação possível era a seguinte:

+ novo		+ velho
Francisco	Fábio	Filipe
8		

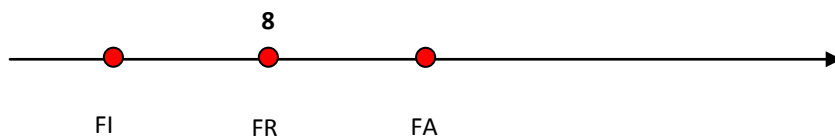
Neste quadro, fomos colocando os nomes dos três rapazes, do mais novo para o mais velho.

Supomos agora que a afirmação 2 é a FALSA.

Resumindo, será assim:

1. Francisco mais velho do que o Filipe.
2. Fábio tem a mesma idade ou é mais velho do que o Filipe.
3. Soma das idades do Filipe e do Fábio igual ao dobro da idade do Francisco.
4. Fábio mais velho do que o Francisco.

E o Francisco tem 8 anos.



Todas as afirmações funcionam bem no esquema. E até podemos observar outro pormenor. É que a idade do Francisco terá de ser a média das idades dos outros dois, ou seja, o ponto FR tem que estar à mesma distância do FI e do FA.

SUB14

Campeonato de Resolução de Problemas de Matemática
Edição 2008/2009



Problema 0

Se quisermos usar o quadro, será este:

+ novo		+ velho
Filipe	Francisco	Fábio
$8-x$	8	$8+x$

Repara que se somarmos as idades do Filipe e do Fábio, temos: $(8-x)+(8+x) = 16$. Aqui o x representa o número de anos que separa o Filipe do Francisco e o Francisco do Fábio.

A partir daqui não precisamos de continuar a testar hipóteses, pois só havia uma afirmação FALSA, das quatro dadas. A afirmação 2 é a FALSA. As restantes são verdadeiras.

Conclusão: o Filipe é o mais novo, a seguir é o Francisco que tem 8 anos, e o mais velho é o Fábio.

Ainda podemos ir um pouco mais longe e tentar ver quais as idades possíveis para os dois rapazes, o mais novo e o mais velho. Podemos organizar as idades numa tabela, recorrendo ao Excel, por exemplo. O Filipe tem de ter menos de 8 anos e o Fábio tem de ter mais de 8 anos e a soma das suas idades tem de ser 16.

(Fórmulas no Excel)



Filipe	Fábio	Soma
A2	=16-A2	=A2+B2
7	9	16
6	10	16
5	11	16
4	12	16
3	13	16
2	14	16
1	15	16

Resolução 2.

Poderíamos partir do princípio de que a afirmação 3 – a que fala da soma das idades do Filipe e do Fábio – é verdadeira. Como só pode haver uma afirmação FALSA, ela irá aparecer ou não. Se aparecer, então a afirmação 3 é realmente verdadeira. Se não aparecer, então a afirmação 3 terá de ser a falsa.

SUB14

Campeonato de Resolução de Problemas de Matemática
Edição 2008/2009



Problema 0

A seguinte tabela é construída de modo a incluir todas as situações possíveis, sendo feita a análise do resultado, situação a situação. Começamos por colocar a idade do Francisco, que é 8, e vamos preenchendo todos os pares possíveis para as idades do Fábio e do Filipe. Estes pares são constituídos pelos números naturais de 1 a 15, cuja soma é 16.

Francisco	Fábio	Filipe	1ª Afirmação	2ª Afirmação	4ª Afirmação	Resultado
8	1	15	X	✓	X	contradição
8	2	14	X	✓	X	contradição
8	3	13	X	✓	X	contradição
8	4	12	X	✓	X	contradição
8	5	11	X	✓	X	contradição
8	6	10	X	✓	X	contradição
8	7	9	X	✓	X	contradição
8	8	8	X	X	X	contradição
8	9	7	✓	X	✓	Pode ser!
8	10	6	✓	X	✓	Pode ser!
8	11	5	✓	X	✓	Pode ser!
8	12	4	✓	X	✓	Pode ser!
8	13	3	✓	X	✓	Pode ser!
8	14	2	✓	X	✓	Pode ser!
8	15	1	✓	X	✓	Pode ser!

Como se pode observar pela análise da tabela, a afirmação 2 é a FALSA. Portanto, o mais velho é o Fábio e o mais novo é o Filipe.