



Problema 0

Puxa um banco ou uma cadeira...



O Sr. António fabrica na sua oficina de marcenaria bancos e cadeiras de madeira. Os bancos e as cadeiras têm pés exactamente iguais. Cada banco leva 3 pés e cada cadeira tem 4 pés. Numa semana de trabalho ele fabricou 41 pés que podem ser usados em bancos ou cadeiras.

Com esses pés, quantos bancos e quantas cadeiras poderá ele montar?



Problema 0

Sabemos que o Sr. António fabricou 41 pés e que cada banco leva 3 pés e cada cadeira leva 4 pés. Queremos saber como pode ele distribuir os 41 pés por bancos e cadeiras, ou seja, em grupos de 3 e grupos de 4.

O problema pode ser colocado da seguinte forma: como dividir 41 em grupos de 3 e grupos de 4?

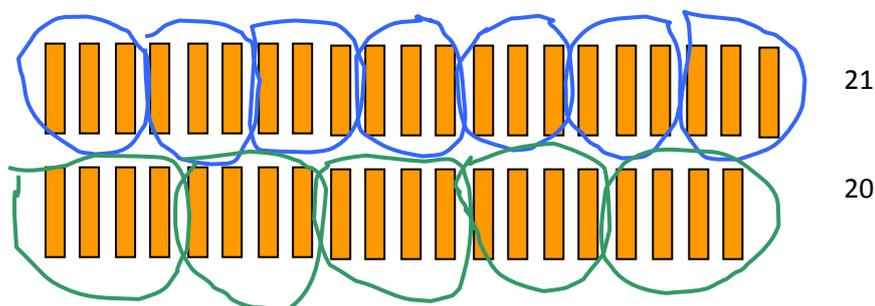
Uma forma de pensar seria a de imaginar que o número de cadeiras é igual ao número de bancos. Nesse caso, bastaria pensar em agrupar os 41 pés em grupos de 7. Cada grupo de 7 pés daria uma cadeira e um banco.

Mas o número 41 não é divisível por 7, ou seja, se dividirmos 41 por 7, temos um resto igual a 6:

$$\begin{array}{r|l} 41 & 7 \\ 6 & 5 \end{array}$$

Quer isto dizer que o Sr. António poderia construir 5 cadeiras e 5 bancos e ainda lhe sobravam 6 pés. Ora, estes 6 pés ainda podem ser usados para bancos e teria, desta forma, mais 2 bancos. Portanto, o Sr. António poderá fabricar 5 cadeiras e 7 bancos.

Outra hipótese de raciocínio seria a que se segue. O número 41 não se pode dividir por 2, porque é ímpar. Mas podemos considerar 2 conjuntos de pés “quase” com o mesmo número: um conjunto com 21 e outro com 20. E em cada um destes dois conjuntos, podemos assinalar grupos de 3 e grupos de 4:



Deste modo, chegamos à mesma solução: 7 bancos e 5 cadeiras.

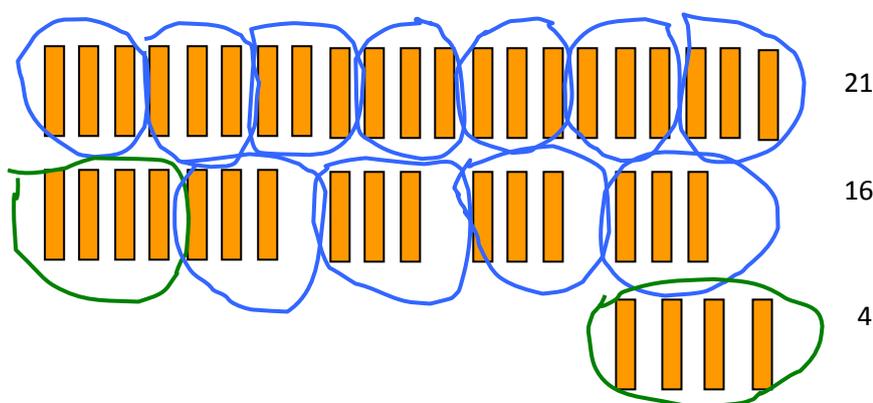


Problema 0

Uma pergunta deve agora ser feita: será esta a única solução para o problema?

E, se há mais soluções, quais são elas?

Olhando para o esquema desenhado atrás, podemos imaginar que “ao tirarmos um pé a uma cadeira, ficamos com um banco”. Então, vamos tirar um pé a algumas cadeiras. Se tirarmos um pé a cada uma de 4 cadeiras, essas cadeiras passam a bancos e sobram ainda 4 pés que dão uma outra cadeira. Neste caso, como mostra a figura seguinte, o Sr. António poderá construir 11 bancos e 2 cadeiras.



A conclusão a retirar é a de que há mais do que uma solução para o nosso marceneiro.

Como descobrir todas as soluções?

O que procuramos é dois números c (cadeiras) e b (bancos), de tal forma que $c \times 4 + b \times 3 = 41$.

Podemos fazer uma busca sistemática. Vamos experimentando:

$c = 1$, uma cadeira leva 4 pés; sobram $41 - 4 = 37$ (37 pés não dá para fazer bancos, porque não é divisível por 3).

$c = 2$, duas cadeiras levam 8 pés; sobram $41 - 8 = 33$ (33 é divisível por 3), que dão para 11 bancos

$c = 3$, três cadeiras levam 12 pés; sobram $41 - 12 = 29$ (29 não é divisível por 3)

$c = 4$, quatro cadeiras levam 16 pés; sobram $41 - 16 = 25$ (25 não é divisível por 3)

$c = 5$, cinco cadeiras levam 20 pés; sobram $41 - 20 = 21$ (21 é divisível por 3), que dão para 7 bancos



Problema 0

$c = 6$, seis cadeiras levam 24 pés; sobram $41 - 24 = 17$ (17 não é divisível por 3)

$c = 7$, sete cadeiras levam 28 pés; sobram $41 - 28 = 13$ (13 não é divisível por 3)

$c = 8$, oito cadeiras levam 32 pés; sobram $41 - 32 = 9$ (9 é divisível por 3), que dão para 3 bancos

$c = 9$, nove cadeiras levam 36 pés; sobram $41 - 36 = 5$ (não é divisível por 3)

$c = 10$, dez cadeiras levam 40 pés; sobra $41 - 40 = 1$, não chega para um banco.

Estão encontradas todas as soluções para o Sr. António:

- 2 cadeiras e 11 bancos
- 5 cadeiras e 7 bancos
- 8 cadeiras e 3 bancos

Uma outra sugestão consiste na utilização do **Excel** para a resolução deste problema. Aqui ficam algumas pistas para experimentares.

Uma coluna para o número de cadeiras: depois do título, basta introduzir os inteiros consecutivos 1 e 2 nas células consecutivas da coluna A. Seleccionando estas duas células e puxando a alça (quadrado que aparece no canto inferior direito) crias os números inteiros consecutivos.

Uma coluna para os pés das cadeiras: depois do título, basta introduzir os números consecutivos 4 e 8 nas células seguintes da coluna B. Seleccionando estas duas células e puxando a alça (quadrado que aparece no canto inferior direito) crias os múltiplos de 4 (os números de 4 em 4).

Uma coluna para os pés dos bancos: depois do título, terás de introduzir uma fórmula. Para isso, comesças por escrever o sinal = e depois $41 - B2$ (B2 é a célula que contém o número de pés para cadeiras). Depois de *Enter*, copias a fórmula, puxando para baixo a alça da célula em que a fórmula foi criada.

Uma coluna para os bancos: depois do título, terás de introduzir outra fórmula: $=C2/3$. Isto significa dividir o conteúdo da célula C2 por 3. Arrastas a alça para baixo e copias a fórmula.

Por fim, analisa o resultado e observa quando é que o número de bancos é um número INTEIRO. Desta forma encontras as três soluções do problema.



SUB12

Campeonato de Resolução de Problemas de Matemática
Edição 2009/2010

Problema 0

	A	B	C	D	E
1	cadeiras	pés para cadeiras	pés para bancos	bancos	
2	1	4	=41-B2	=C2/3	
3	2	8	=41-B3	=C3/3	
4	3	12	=41-B4	=C4/3	
5	4	16	=41-B5	=C5/3	
6	5	20	=41-B6	=C6/3	
7	6	24	=41-B7	=C7/3	
8	7	28	=41-B8	=C8/3	
9	8	32	=41-B9	=C9/3	
10	9	36	=41-B10	=C10/3	
11	10	40	=41-B11	=C11/3	
12					
13					
14					

	A	B	C	D	E
1	cadeiras	pés para cadeiras	pés para bancos	bancos	
2	1	4	37	12,33333333	
3	2	8	33	11	
4	3	12	29	9,666666667	
5	4	16	25	8,333333333	
6	5	20	21	7	
7	6	24	17	5,666666667	
8	7	28	13	4,333333333	
9	8	32	9	3	
10	9	36	5	1,666666667	
11	10	40	1	0,333333333	
12					
13					
14					