



Problema 1

Angariação de fundos



Os escuteiros de Vila Nova de Estrada Abaixo organizaram uma recolha de fundos, colocando 3 caixas para moedas em pontos estratégicos da vila.

No final da manhã, recolheram as 3 caixas, todas elas com moedas, e verificaram que conseguiram um total de 17 moedas. Cada caixa continha um número ímpar de moedas e o número de moedas era diferente em todas as caixas.

Quais são as diferentes formas possíveis de distribuição das 17 moedas pelas 3 caixas?

Resolução:

Neste problema, é importante registar que em cada uma das 3 caixas utilizadas havia um número ímpar de moedas e não repetido, no final da manhã. O total das moedas contidas nas 3 caixas era 17.

Pretende-se saber de quantas formas se podem distribuir as 17 moedas pelas 3 caixas, nas condições indicadas.

Este problema tem 4 soluções possíveis, como se pode ver na resolução apresentada pelo **João Marcos Escumalha**, da **EB 2,3 Dr. Joaquim Magalhães**, em Faro:

1- Lemos o problema.

2- Temos 3 caixas A, B e C

Total 17 moedas

Não interessa a ordem

Cada caixa tinha um número ímpar de moedas

O número de moedas era diferente em Todas as caixas

3- Resolução

$$1+5+11=17$$

$$1+9+7=17$$

$$3+5+9=17$$

$$1+3+13=17$$

Resposta: *Há quatro maneiras de distribuir moedas que são*

$$1+3+13$$

$$1+5+11$$

$$1+9+7$$

$$3+5+9$$

É curioso observar que, ao escrever a sua resposta, este participante reorganiza a disposição das quatro hipóteses, de uma forma mais regular do que tinha feito um pouco atrás (na etapa 3). Primeiro, indicou todos os casos em que a 1ª caixa tem 1 moeda, fazendo aumentar sucessivamente o número de moedas da 2ª caixa e calculando o que

sobra na 3ª caixa para o total de 17. De seguida, aumentou para 3 o número de moedas da 2ª caixa e repetiu o processo, excluindo os casos que se repetem, dado que a ordem das parcelas não interessa.

Uma outra forma de justificar a resposta é apresentada pelo **Márcio Alexandre Valente**, da **EB 2,3 D. José I**, de Vila Real de Santo António:

As diferentes formas possíveis de distribuição das 17 moedas pelas 3 caixas são as seguintes:

1) $1 + 3 + 13 = 17$

2) $1 + 5 + 11 = 17$

3) $1 + 7 + 9 = 17$

4) $3 + 5 + 9 = 17$

Para saber as diferentes formas possíveis de distribuição das 17 moedas pelas 3 caixas, dado que cada caixa tinha um número ímpar e diferente de moedas, experimentei várias vezes somar os números ímpares diferentes até fazerem o total de 17, excluindo as formas repetidas (posição diferente do número).

As tentativas excluídas foram as seguintes:

$1 + 9 + 7 = 17$	$7 + 9 + 1 = 17$
$1 + 11 + 5 = 17$	
$1 + 13 + 3 = 17$	
$5 + 1 + 11 = 17$	$9 + 1 + 7 = 17$
$5 + 3 + 9 = 17$	$9 + 3 + 5 = 17$
$5 + 9 + 3 = 17$	$9 + 5 + 3 = 17$
	$9 + 7 + 1 = 17$
$3 + 1 + 13 = 17$	$11 + 1 + 5 = 17$
$3 + 9 + 5 = 17$	$11 + 5 + 1 = 17$
$3 + 13 + 1 = 17$	$13 + 1 + 3 = 17$
	$13 + 3 + 1 = 17$

Nesta resolução, está mais evidente a forma como se detectaram as hipóteses repetidas, que correspondem à mesma solução. Observe-se que há igualmente um processo

organizado e sistemático de considerar todas as possibilidades, fixando-se o número de moedas da 1ª caixa e alterando-se sucessivamente o número de moedas da 2ª caixa.

Outros participantes optaram por elaborar esquemas para melhor controlarem o seu trabalho de resolução, isto é, procuraram formas metódicas de atribuir os números de moedas às caixas. Foi o caso da **Marta Leal**, da **EBI de Reguengos de Monsaraz**, que assinala a equivalência entre as distribuições em que apenas muda a ordem das parcelas. Esta equivalência está relacionada com a *propriedade comutativa da adição*. Importa notar que a Marta Leal começa por identificar todos os números ímpares que poderão ser números de moedas presentes nas caixas: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13. De facto, o ímpar seguinte, que é o 15, já não pode ser incluído, pois se uma caixa tivesse 15 moedas, faltariam apenas 2 moedas para as 17 e isso daria 1 moeda em cada uma das restantes caixas, o que não é permitido – as caixas têm TODAS números diferentes de moedas. Obviamente, o número 17 também será rejeitado, pois assim não haveria qualquer moeda nas outras duas caixas.

17 moedas

1,3,5,7,9,11,13



Nº de moedas diferente em cada caixa.

CAIXA

I

1

1

1

3

CAIXA

II

3

5

7

5

CAIXA

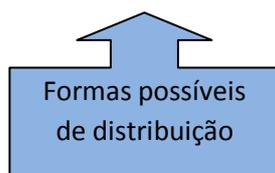
III

13

11

9

9



Por último, o **João Pedro Lourenço**, da **EB 2,3 Dr. Joaquim Magalhães**, em Faro, apresenta uma resolução também interessante, onde elabora uma tabela ordenada, com todas as possibilidades de três parcelas ímpares, e depois retira os casos que encontra repetidos, identificando-os por cores. Note-se que usa quatro cores (há 4 maneiras diferentes de colocar as 17 moedas) e cada cor corresponde a um conjunto de hipóteses idênticas que apenas diferem na ordem das parcelas. Esta eliminação dos casos repetidos vai dar origem àquilo a que ele chama a sua “nova tabela de resposta”.

1. Apresentação do resultado:

A	B	C
1	3	13
1	5	11
1	7	9
1	9	7
1	11	5
1	13	3
3	5	9
3	9	5
3	1	13
3	13	1
5	1	11
5	3	9
5	9	3
5	11	1
7	1	9
7	9	1
9	1	7
9	3	5
9	5	3
9	7	1
11	1	5
11	3	1
13	1	3
13	3	1

Nova tabela de resposta

1	3	13
1	5	11
1	7	9
3	5	9

2. Explicação:

Primeiro li o problema todo até o perceber.
 A seguir retirei os dados:
 -3 caixas
 -Todas com um número ímpar de moedas.
 -O total são 17 moedas.
 -Quais são as diferentes formas possíveis de distribuição das moedas pelas 3 caixas(pergunta).
 Decidi que a melhor forma de o apresentar foi numa tabela.
 Fiz a tabela com 3 colunas, conformemostros.
 Tive que eliminar alguns números pois as parcelas eram iguais.
 E como não interessa a ordem pintei os mesmos números da mesma cor. Utilizei assim 4 cores diferentes (amarelo, verde, azul e rosa fluorescente), resultando assim a minha resposta corrigida com apenas 4 maneiras diferentes

3. Resposta ao problema/conclusão (corrigida):
 As diferentes formas possíveis são 4, conforme mostro na velha e nova tabelas.