



Problema 3

Código Postal Secreto



O Carlos escreveu a lápis, numa folha de papel, todos os números de 1 a 15, dispostos em linha: 1 2 3 4 5... 15

A seguir pegou na borracha e apagou exactamente 16 algarismos (ou dígitos) do conjunto que estava escrito na folha. Não se sabe quais foram os algarismos que ele apagou mas o número que ficou escrito com os algarismos que sobraram, pela ordem em que estavam, era o maior possível.

Qual foi o número que o Carlos deixou escrito na folha, depois de ter apagado os tais dígitos?

Tens de enviar o PROCESSO DE RESOLUÇÃO!

Resolução:

O Carlos escreveu os números de 1 a 15, em linha, numa folha. O que fez seria análogo ao seguinte:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

Depois apagou exactamente 16 algarismos e o número resultante foi o maior número possível que se obtém com os dígitos restantes.

Uma primeira abordagem ao problema consiste em contar o total de algarismos escritos pelo Carlos. Foram 21 algarismos, apesar de ele ter escrito apenas 15 números. Convém notar que há uma diferença entre um número e um algarismo ou dígito. Um número é um conjunto de algarismos que têm um determinado valor, de acordo com a sua posição no número. Chama-se a isso o *valor posicional* do algarismo.

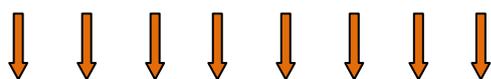
Por exemplo, no número 12 há dois algarismos. O 2 é o algarismo das unidades. O seu valor posicional é 2 unidades. O 1 é o algarismo das dezenas; este algarismo vale 10 unidades. Se pensarmos, no número 21, então o 1 vale uma unidade e o 2 vale 20 unidades ou 2 dezenas.

Como disse a **Catarina Afonso**, da **EB 2,3 Jacinto Correia**, de Lagoa, se o Carlos apagou 16 algarismos dos 21 algarismos escritos na folha, então o que restou foi um número formado por 5 algarismos, ou seja, um número do tipo: X X X X X.

Os alunos **Carolini Zacharias** e **João Bruno dos Reis**, da **EB 2,3 Dr. Joaquim Magalhães**, em Faro, tentaram resolver o problema, reproduzindo aquilo que o Carlos fez na sua folha de papel. Como salienta o João Bruno, o que não sabemos é quais foram os algarismos apagados pelo Carlos. Disse ainda este participante que uma hipótese seria pensar que ele apagou os primeiros 16 algarismos do conjunto. Nesse caso, teria ficado com o número **3 1 4 1 5**. Mas nada nos garante que tenha sido assim, pois este pode não ser o maior número de 5 algarismos que se consegue.

O **Tomás Simes**, do **Colégio Internacional de Vilamoura**, o **Francisco Viegas**, da **EB 2,3 D. Dinis**, de Quarteira, e a **Ana Paula Martins**, da **EBI de Amareleja**, notaram um facto muito importante acerca do maior número com cinco algarismos. De facto, se queremos o maior número possível, então o primeiro dígito desse número (o das dezenas de milhares) deverá ser o maior possível. O maior número de 5 algarismos que existe é o número 99999. Portanto, o número que procuramos deverá começar com um

9. Então, iremos apagar os 8 algarismos que se encontram à esquerda do 9. O **Pedro Varela**, da **EB 2,3 Padre João Coelho Cabanita**, de Loulé, fez um esquema:



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

 Algarismos que o Carlos apagou.

Assim, depois de apagados os 8 dígitos, ficou escrito na folha o seguinte:

9 10 11 12 13 14 15

Agora, há que apagar mais 8 dígitos. Se seguíssemos a mesma lógica, pensaríamos no maior dígito possível para suceder ao 9, que seria o 5. Mas dado que não podemos trocar a ordem dos algarismos que estavam escritos, como muitos dos participantes perceberam, não servem o 5 nem o 4 para algarismo dos milhares. Contudo, como afirma a **Rita Lopes**, da **EB 2,3 Dr. Joaquim Magalhães**, de Faro, queremos aproveitar o 3, o 4 e o 5, pois são os maiores dígitos que ainda sobram.

- 1º- O maior algarismo possível é 9, então riscamos todos até lá.
- 2º- A partir desse, é o 5 o maior possível, então guardamo-lo.
- 3º- Como só é possível ficar com cinco algarismos, deixamos o 3 e o 4.
- 4º- Para ser o maior possível, riscamos todos até ao 3, e o primeiro 1 a partir do 3.
- 5º- Temos o número feito!

Voltando ao esquema anterior, vejamos os que foram apagados:



9 1 0 1 1 1 2 1 3 1 4 1 5

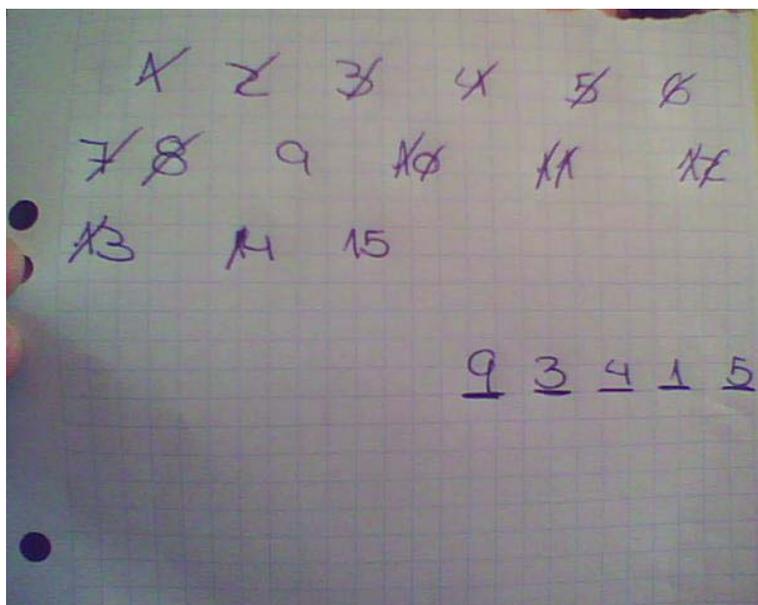
O resultado final é:

9 3 4 1 5

Ou, de outra forma:

12345678**9**1011121**3**1415

Ou, ainda, como mostrou a **Filipa Viegas**, do **Colégio Internacional de Vilamoura**:

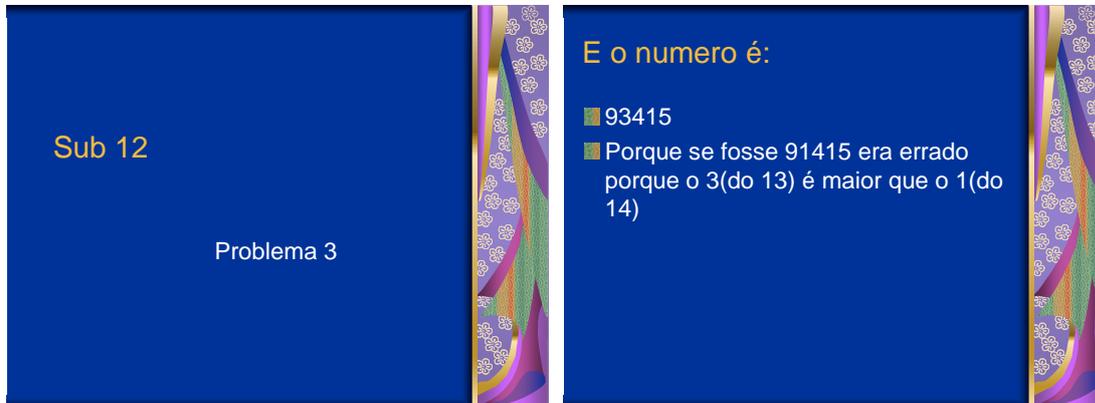


E, por último, aqui fica a forma como a **Rita Simão Afonso**, da **EB 2,3 de Ferreiras**, em Albufeira, apresentou a resposta:

123456789101112131415
23456789101112131415
3456789101112131415
456789101112131415
56789101112131415
6789101112131415
789101112131415
89101112131415
9101112131415
911112131415
91112131415
9112131415
912131415
92131415
92131415
9131415
931415
93415

A **Ana Teresa Pessoa**, da **EB 2,3 Padre João Coelho Cabanita**, em Loulé, reparou, tal como muitos outros participantes, que teria de guardar o 3 para o algarismo dos

milhares, pois este era o maior algarismo possível para ficar nessa posição. Esta aluna enviou um PowerPoint bem organizado e conciso, onde destaca a sua conclusão, como se vê a seguir.



O **João Bruno dos Reis**, da **EB 2,3 Dr. Joaquim Magalhães**, em Faro, fez uma análise parecida, mas em que examina outra hipótese que deverá igualmente ser rejeitada:

(...) o número poderia ser **93 145**. Mas continuei a pensar e concluí que o número é **93 415**. Porque no número (93 145), o 1 vale uma centena e o 4 vale 4 dezenas. E no número que eu descobri em último lugar (93 415) o 4 vale 4 centenas e o 1 vale uma dezena. E número maior que este não existe!